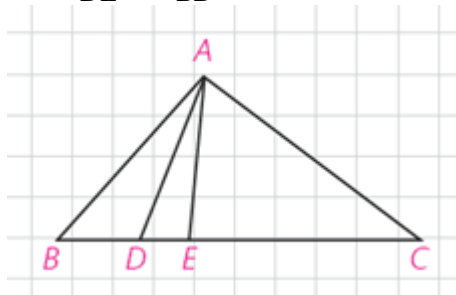
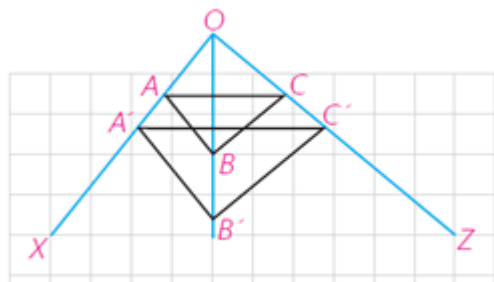


۱ طول اضلاع مثلثی ۴ و ۶ و ۸ سانتی‌متر و بلندترین ارتفاع آن $\frac{3\sqrt{15}}{2}$ سانتی‌متر است. طول‌های دو ارتفاع دیگر مثلث را به دست آورید.

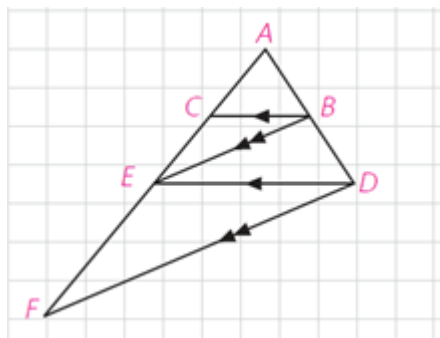
۲ در شکل زیر مساحت مثلث $\triangle ACE$ سه برابر مساحت مثلث $\triangle ADE$ و دو برابر مساحت مثلث $\triangle ABD$ است. نسبت‌های $\frac{DE}{BD}$ و $\frac{BC}{DE}$ را به دست آورید.



۳ در شکل زیر، می‌دانیم $AB \parallel A'B'$ و $BC \parallel B'C'$ است. با استفاده از قضیه تالس و عکس آن ثابت کنید: $AC \parallel A'C'$



۴ در شکل زیر، می‌دانیم $BC \parallel DE$ و $BE \parallel DF$ است. به کمک قضیه تالس در مثلث‌های $\triangle ADE$ و $\triangle ADF$ و مقایسه تناسب‌ها با یکدیگر، ثابت کنید: $AE^2 = AC \cdot AF$ (به عبارت دیگر AE واسطه هندسی بین AC و AF است).

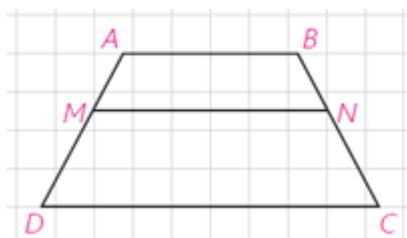


۵ در ذوزنقه زیر $MN \parallel AB \parallel CD$ است، ثابت کنید:

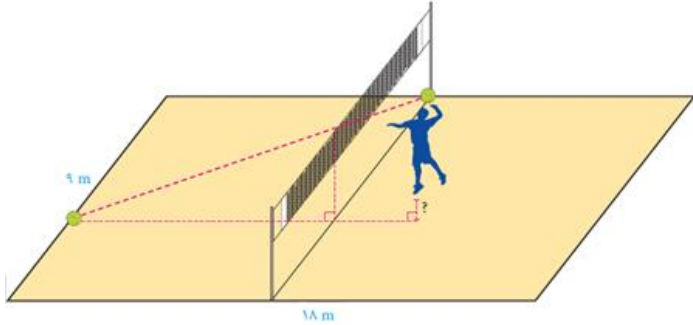
$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$

(قضیه تالس در ذوزنقه)

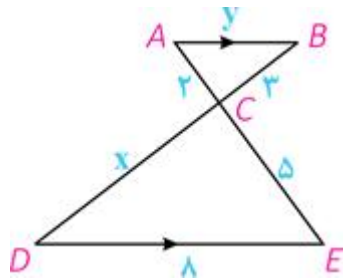
(راهنمایی: یکی از قطرها را رسم کنید.)



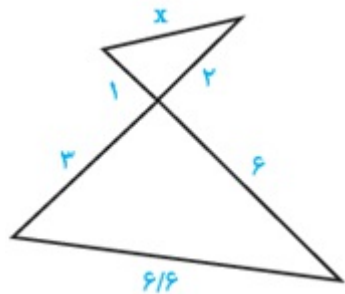
۶ ابعاد یک زمین استاندارد والیبال ۹ متر در ۱۸ متر است که توسط خط میانی به دو مربع 9×9 تفکیک می‌شود و تور والیبال مردان با ارتفاع $2/43$ متر روی خط وسط نصب شده است. در یک لحظه، یک بازیکن با قد 180 سانتی‌متر و در فاصله دو متری تور، به هوا می‌پرد و توپی را که در ارتفاع 30 سانتی‌متری بالای سرش است با ضربه آبشار مماس بر تور وسط روانه زمین حریف می‌کند و توپ روی خط انتهای زمین حریف می‌نشیند. این بازیکن برای ضربه زدن چقدر به هوا پریده است؟



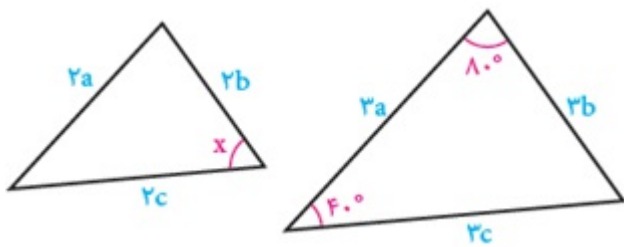
۷ در هر یک از شکل‌های زیر، تشابه مثلث‌ها را ثابت کنید و از آنجا مقادیر x و y را مشخص کنید:



الف

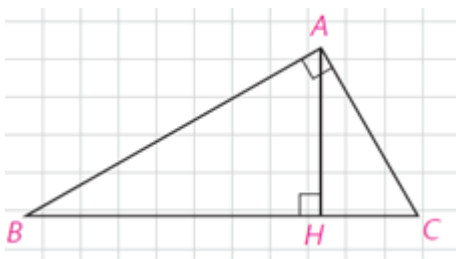


ب



پ

۸ در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ ($A = 90^\circ$)، ارتفاع AH را رسم کرده‌ایم. به کمک روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه در هر یک از موارد زیر باتوجه به مفروضات داده‌شده، مقادیر مجهول را محاسبه کنید.



$BH = 9$, $CH = 4$, $AH = ?$, $AB = ?$, $AC = ?$

الف

$AB = 10, BC = 12, AC = ?, AH = ?$

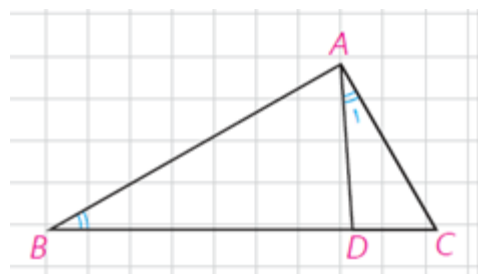
ب

$AB = 8, AC = 6, BH = ?, CH = ?$

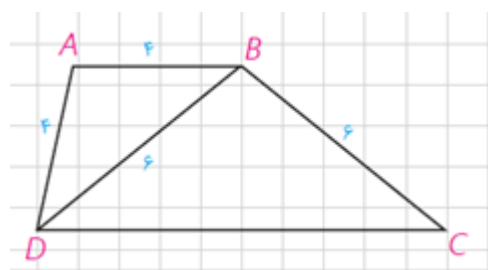
پ

$AB = 8, AH = 4, BC = ?, AC = ?$

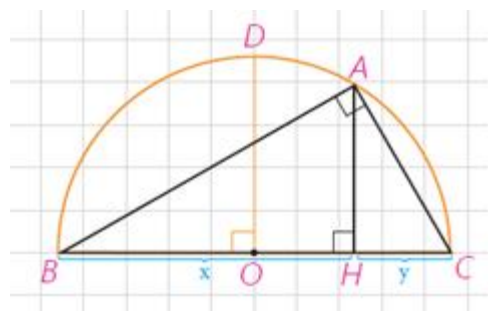
ت



۹ در شکل زیر $\hat{A}_1 = \hat{B}$ و $AC = 4$ و $BD = 6$ است، طول BC را به دست آورید.



۱۰ در شکل زیر $ABCD$ دوزنقه است. طول قاعده CD را به دست آورید.



۱۱ در شکل زیر نیم‌دایره‌ای به قطر BC و به مرکز O رسم شده و نقطه دلخواه A روی محیط نیم‌دایره است.

الف چرا زاویه A قائمه است؟

ب باتوجه به اینکه نقطه A به دلخواه روی محیط دایره انتخاب شده و OD شعاع دایره است، اندازه‌های AH و OD را باهم مقایسه کنید.

$OD \dots AH$

پ هر کدام از مقادیر AH و OD را بر حسب x و y محاسبه کنید و باهم مقایسه کنید.

ت آیا می‌توان برای هر دو عدد مثبت a و b گفت $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ؟ چرا؟

۱۲

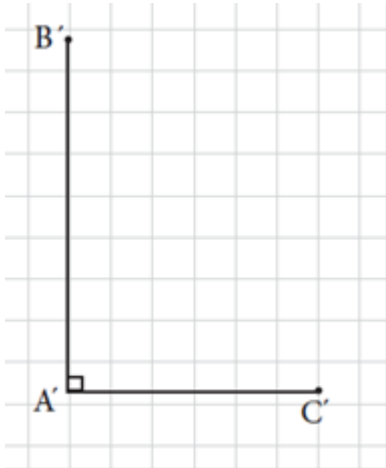
قضیه فیثاغورس می‌گوید: اگر زاویه A از مثلثی مانند $\triangle ABC$ قائمه باشد، آنگاه $a^2 = b^2 + c^2$. با انجام دادن مراحل زیر نتیجه بگیرید که عکس قضیه فیثاغورس نیز درست است.

الف) فرض کنیم مثلث $\triangle ABC$ داده شده است و رابطه $a^2 = b^2 + c^2$ بین اندازه طول‌های اضلاع آن برقرار است.

ب) پاره‌خط‌های $A'B'$ و $A'C'$ را مطابق شکل مقابل به‌گونه‌ای در نظر بگیرید که $\hat{A}' = 90^\circ$ و $A'C' = AC$ و $A'B' = AB$ باشد.

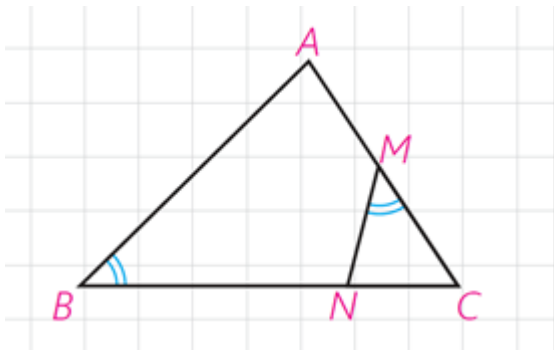
ج) با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث $\triangle A'B'C'$ اندازه پاره‌خط $B'C'$ را به دست آورید و ثابت کنید $B'C' = BC$.

د) توضیح دهید چرا $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ است و نتیجه بگیرید $\hat{A} = 90^\circ$.



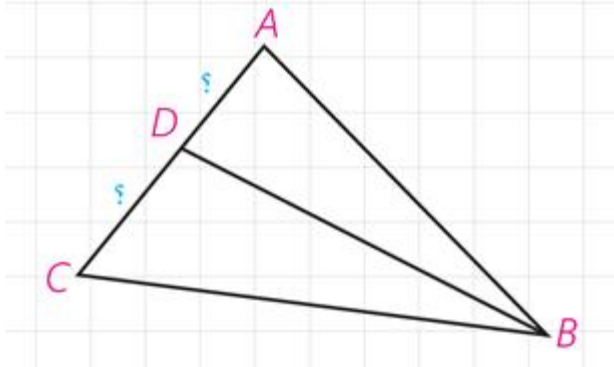
۱۳

در مثلث ABC ، از نقطه M وسط AC، زاویه NMC را مساوی زاویه B جدا کرده‌ایم. اگر $NC = 2$ و $NB = 4$ ، طول AC را به دست آورید.



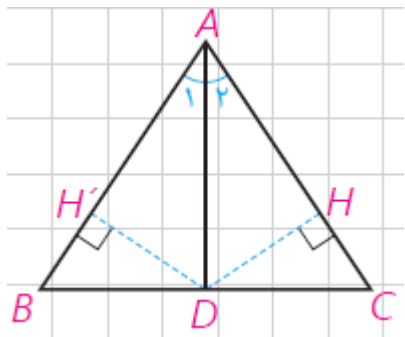
۱۴

در مثلث ABC ، $AB = 7$ ، $AC = 5$ و $BC = 8$. طول‌های دو قطعه‌ای را که نیمساز زاویه B روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند، به دست آورید.



۱۵

در مثلث ABC ، $AB = 7$ و $AC = 5$ و $BC = 10$ است. طول دو قطعه‌ای که نیمساز زاویه C روی ضلع مقابل به آن ایجاد می‌کند، به دست آورید.



۱۶ در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A است و عمودهای DH و DH' نیز رسم شده‌اند.

الف نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACD را بنویسید.

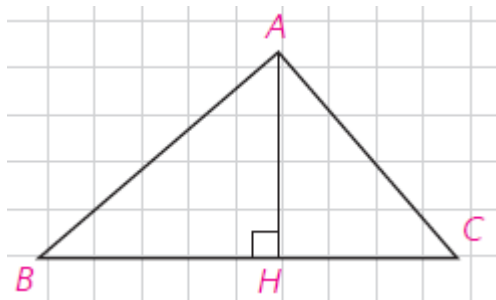
$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \dots$$

ب چرا $DH = DH'$ است؟ باتوجه به این موضوع، نسبت مساحت‌های دو مثلث را بنویسید.

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \dots$$

پ از دو قسمت قبل، چگونه می‌توانید درستی قضیه نیمسازها را نتیجه بگیرید؟

۱۷ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. می‌دانید که $\triangle ABH \sim \triangle ABC \sim \triangle ACH$ است. باتوجه به این موضوع،

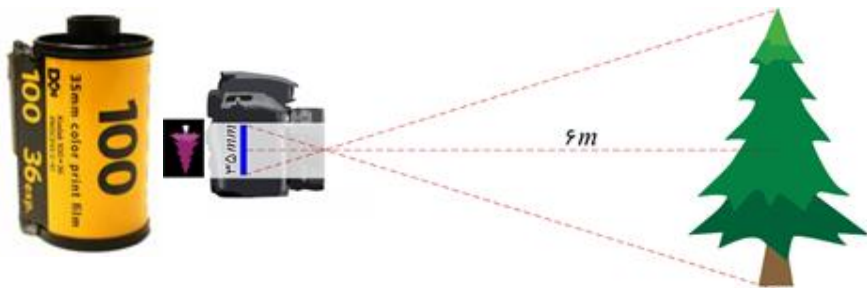


الف ثابت کنید:

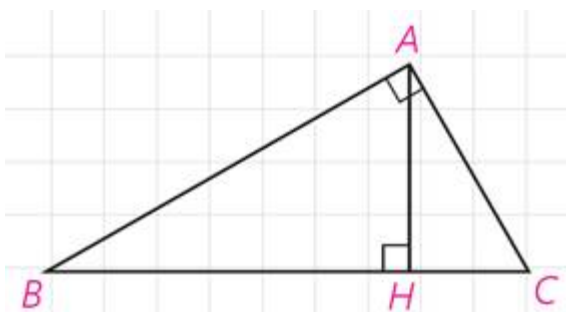
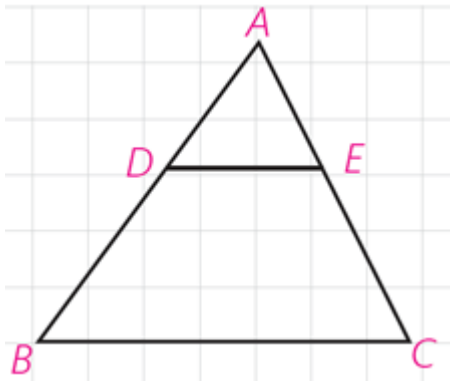
$$\frac{S_{\triangle ABH}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2, \quad \frac{S_{\triangle ACH}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2$$

ب با جمع کردن دو طرف تساوی‌های بالا و ادامه کار، درستی قضیه فیثاغورس را نتیجه‌گیری کنید.

۱۸ در دوربین‌های قدیمی، موقع عکس‌برداری، روی یک حلقه فیلم تعداد محدودی (مثلاً سی و شش عدد) تصویر منفی ثبت و سپس این فیلم ظاهر می‌شود و عکس‌ها از روی آن چاپ می‌شوند. اگر فرض کنیم عرض یکی از این فیلم‌ها، $35mm$ و فاصله آن درون دوربین تا عدسی، $4/2cm$ و فاصله عدسی تا درختی که از آن عکس می‌گیرد، $6m$ باشد، اندازه واقعی درختی که از آن عکس گرفته می‌شود، چند متر است؟



۱۹ در شکل زیر $DE \parallel BC$ است، تناسب قضیه تالس را بنویسید و روابط $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ و $\frac{DB}{AB} = \frac{CE}{AC}$ را نتیجه بگیرید.



۲۰ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) ارتفاع AH را رسم می‌کنیم.

الف چرا $\Delta ACH \sim \Delta ABC$ و $\Delta ABH \sim \Delta ABC$ است؟

ب چرا مثلث‌های ACH و ABH باهم متشابه‌اند؟

پ نسبت تشابه دو مثلث ABC و ABH را بنویسید.

$$\frac{AH}{\dots} = \frac{AB}{\dots} = \frac{\dots}{AB} \Rightarrow AB^2 = \dots \times \dots$$

ت نسبت تشابه دو مثلث ACH و ABC را بنویسید و از آنجا ثابت کنید AC واسطه هندسی CH و BC است.

ث نسبت تشابه دو مثلث ABH و ACH را بنویسید و از آنجا ثابت کنید AH واسطه هندسی بین CH و BH است.

ج باتوجه به تشابه دو مثلث ABC و ABH و همچنین تشابه دو مثلث ACH و ABC قضیه فیثاغورس را نتیجه بگیرید.

$$AB^2 + AC^2 = BC \times \dots + BC \times \dots = BC(\dots + \dots) = BC \cdot BC = BC^2$$